

시험에 꼭 나오는 문제

적중률 100%에 도전한다.

0304

명제 ‘ $x^2 - 8x + 12 = 0$ 의 해는 $x=2$ 또는 $x=6$ 이다.’의 부정을 말하시오.

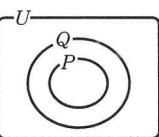
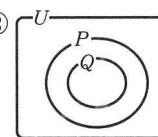
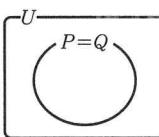
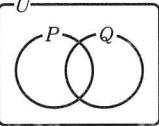
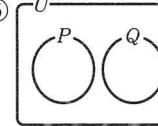
0308

두 집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = B$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

- ① $A \subset B$
- ② $B \subset A$
- ③ $A = B$
- ④ $A \cap B = \emptyset$
- ⑤ $A = \emptyset$

0305

전체집합 U 에서 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자. $p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 두 집합 P, Q 사이의 관계를 벤다 이어그램으로 바르게 나타낸 것은?

- ① 
- ② 
- ③ 
- ④ 
- ⑤ 

0309

네 개의 조건 p, q, r, s 에 대하여
 $p \Rightarrow r, \sim q \Rightarrow \sim r, q \Rightarrow \sim s$
 일 때, 다음 중 참인 명제는?

- ① $s \rightarrow \sim p$
- ② $r \rightarrow s$
- ③ $\sim q \rightarrow p$
- ④ $\sim s \rightarrow r$
- ⑤ $p \rightarrow s$

0306

전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에서 두 조건 p, q 가 각각 $p : 2 \leq x < 5, q : 3 < x \leq 6$ 일 때, ‘ $\sim p$ 이고 q ’의 진리집합은?

- ① \emptyset
- ② $\{4, 5\}$
- ③ $\{5, 6\}$
- ④ $\{1, 6\}$
- ⑤ $\{3, 4, 5\}$

0310

다음 중 x, y 가 실수일 때, 명제 ‘ $x+y, xy$ 가 모두 유리수이면 x, y 중 적어도 하나는 유리수이다.’가 거짓임을 보이기 위한 반례로 알맞은 것은?

- ① $x = 1 + \sqrt{2}, y = 1 - \sqrt{2}$
- ② $x = 0, y = 1$
- ③ $x = \sqrt{2}, y = 0$
- ④ $x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1$
- ⑤ $x = \frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2}$

0307

‘어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 - 4x + 5 \leq 0$ 이다.’의 부정을 말하고, 그 부정의 참, 거짓을 판별하시오.

0311

다음 명제 중 그 대우가 참인 것은?

- ① 두 삼각형의 넓이가 같으면 두 삼각형은 합동이다.
- ② 세 실수 x, y, z 에 대하여 $xz = yz$ 이면 $x = y$ 이다.
- ③ 자연수 n 이 짝수이면 $n(n+1)(n+2)$ 는 24의 배수이다.
- ④ xy 가 정수이면 x, y 는 정수이다.
- ⑤ 어떤 수가 무한소수이면 그 수는 무리수이다.

0312 (중요)

$a > 0, b > 0$ 일 때, $\left(2a + \frac{1}{3b}\right)\left(\frac{1}{a} + 6b\right)$ 의 최솟값은?

- ① 6 ② 8 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 15

0313 (중요)

다음 보기 중 p 는 q 이기 위한 필요충분조건인 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 실수, m, n 은 정수이다.)

• 보기 •

- ㄱ. $p : a = 0$ 이고 $b = 0$ ㄴ. $a^2 + b^2 = 0$
 ㄴ. p : 삼각형 ABC가 이등변삼각형이다.
 ㄱ. q : 삼각형 ABC의 두 각의 크기가 같다.
 ㄷ. $p : m$ 과 n 은 모두 짝수이다.
 ㄱ. $q : m+n$ 은 짝수이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

0314

세 조건

$p : 2x^2 - x - 1 \neq 0$, $q : x - a \neq 0$, $r : bx^2 - 3x + 5 \neq 0$
 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건이고 q 는 r 이기 위한 필요 조건일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하시오.

(단, $a > 0$)

0315 (중요)

양수 x, y 에 대하여 $2x^2 + 8y^2 = 5$ 일 때, xy 는 $x = \alpha$, $y = \beta$ 에서 최댓값 γ 를 갖는다. 이때 $\alpha\beta + \gamma$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$
 ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

0316

세 조건 p, q, r 에 대하여 명제 $p \rightarrow q$, $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

• 보기 •

- ㄱ. q 는 p 이기 위한 필요충분조건이다.
 ㄴ. r 는 q 이기 위한 필요조건이다.
 ㄷ. p 는 r 이기 위한 충분조건이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

0317

다음 세 문장이 모두 참일 때, 반드시 참인 문장은?

- (a) 수학을 좋아하는 학생은 창의적인 학생이다.
 (b) 과학을 좋아하는 학생은 수학을 좋아하는 학생이다.
 (c) 수학을 좋아하지 않는 학생은 적극적이지 않은 학생이다.

- ① 수학을 좋아하는 학생은 과학을 좋아하는 학생이다.
 ② 창의적인 학생은 과학을 좋아하는 학생이다.
 ③ 과학을 좋아하는 학생은 적극적인 학생이다.
 ④ 창의적이지 않은 학생은 적극적이지 않은 학생이다.
 ⑤ 창의적이지 않은 학생은 수학을 좋아하는 학생이다.

0318

세 조건 $p : |x-2| \leq a$, $q : x \leq b$, $r : |x| > 4$ 에 대하여 q 는 $\sim r$ 이기 위한 필요조건이고, p 는 $\sim r$ 이기 위한 충분조건일 때, $b-a$ 의 최솟값을 구하시오.

(단, a, b 는 실수이고, $a \geq 0$ 이다.)

0319

다음은 실수 x, y 에 대하여 명제 ‘ $x+y$ 가 무리수이면 x, y 중 적어도 하나는 무리수이다.’가 참임을 증명하는 과정이다.

• 증명 •

주어진 명제의 대우를 구하면

(가)

x, y 가 모두 유리수이면

$$x = \frac{b}{a}, y = \frac{d}{c} \quad (\text{단, } a, b, c, d \text{는 정수, } a \neq 0, c \neq 0)$$

로 놓을 수 있다. 이때

$$x+y = \frac{b}{a} + \frac{d}{c} = \frac{bc+ad}{ac}$$

$bc+ad$ 와 ac 는 [나]이고, $ac \neq 0$ 으로 $x+y$ 는 [데]이다.

따라서 주어진 명제의 [라]가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

위의 증명 과정에서 (가)~(라)에 알맞은 것을 써넣으시오.

0320

전체집합 U 에 대하여 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 하자. p 는 $\sim q$ 이기 위한 필요충분조건이고, r 는 $\sim p$ 이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| ① $P \cup Q = U$ | ② $R \subset P$ |
| ③ $R \cap Q^c = \emptyset$ | ④ $P \cap Q = \emptyset$ |
| ⑤ $P - R = P$ | |

0321

a, b, c 가 실수일 때, 다음 보기 중 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

• 보기 •

- ㄱ. $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$
(단, $a > 0, b > 0, c > 0$)
- ㄴ. $\sqrt{a-b} < \sqrt{a} - \sqrt{b}$ (단, $a > b > 0$)
- ㄷ. $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (단, $a \geq 0, b \geq 0$)

0322

임의의 실수 x, y 에 대하여 $a > 0, b > 0, a+b=1$ 일 때, 부등식 $ax^2+by^2 \geq (ax+by)^2$ 이 성립함을 증명하는 과정이다.

• 증명 •

$$\begin{aligned} ax^2+by^2-(ax+by)^2 \\ = ax^2+by^2-(a^2x^2+2abxy+b^2y^2) \\ = a(1-a)x^2+b(1-b)y^2-2abxy \\ a+b=1 \text{이므로} \\ ax^2+by^2-(ax+by)^2 = [\text{가}] \\ = ab(x-y)^2 \end{aligned}$$

$a > 0, b > 0, (x-y)^2 \geq 0$ 이므로

$ab(x-y)^2 \geq 0$ 이다.

따라서 $ax^2+by^2 \geq (ax+by)^2$ 이 성립한다.

이때 등호가 성립하는 경우는 [나]일 때이다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 써넣으시오.

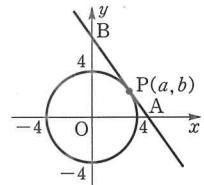
0323

둘레의 길이가 20인 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 x, y 라 하자. $\sqrt{3x} + \sqrt{2y}$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오.

0324

오른쪽 그림과 같이 원 $x^2+y^2=16$ 위의 점 $P(a, b)$ 에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, 삼각형 OAB 의 넓이의 최솟값을 구하시오.

(단, $a > 0, b > 0$ 이고, O 는 원점이다.)



서술형 주관식



실력 UP



0325

명제 ‘ $2x^2 - ax + 1 \neq 0$ ’이면 $x \neq -1$ 이다.’가 참일 때, 실수 a 의 값을 구하시오.

0329

다음 중 집합 A, B, C 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $p : (A \cup B) \subset (A \cap B) \quad q : A = B$
- ② $p : A \cap (B \cap C) = A \quad q : A \cup (B \cup C) = B \cup C$
- ③ $p : A \cup (B \cap C) = A \quad q : A \cap (B \cup C) = B \cup C$
- ④ $p : A \cup B = A \quad q : B = \emptyset$
- ⑤ $p : A \cup (B - A) = B \quad q : A \subset B$

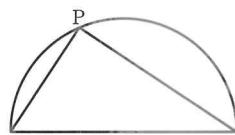
0326

실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 2$ 일 때, $2x + y$ 의 범위는 $m \leq 2x + y \leq M$ 이다. 이때 $M^2 + m^2$ 의 값을 구하시오.

0330

지름의 길이가 20 m인 반원 모양의 마당에 그림과 같이 반원 위의 한 점 P를 잡아 지름의 양 끝과 연결하여 삼각형 모양의 연못을 만들려고 한다. 연못의 넓이의 최댓값을 a , 그때의 연못의 둘레의 길이를 $b + c\sqrt{2}$ 라 하자. $\frac{bc}{a}$ 의 값을 구하시오.

(단, b, c 는 유리수이다.)



0327

세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각

$P = \{x \mid -1 \leq x \leq 3 \text{ 또는 } x \geq 5\}$, $Q = \{x \mid x \geq a\}$,
 $R = \{x \mid x \geq b\}$ 라 하자. q 는 p 이기 위한 필요조건이고, r 는 p 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합을 구하시오. (단, a, b 는 실수이다.)

0328

$x > 1$ 일 때, $\frac{x^2 - 2x + 50}{x-1}$ 의 최솟값을 구하시오.

0331

전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 한 자리 양의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 다음 두 조건을 모두 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(ㄱ)} \quad (A \cup B)^c &= \emptyset \\ \text{(ㄴ)} \quad (A \cap B)^c &= \{1, 3, 7, 9\} \end{aligned}$$

집합 X 의 모든 원소의 합을 $T(X)$ 라 할 때, $T(A)T(B)$ 의 최댓값을 구하시오.